Soluție

1. a) Determinantul sistemului este $\Delta = -5a + 20$. Obținem $a = 4$.
b) Dacă $\Delta \neq 0$, sistemul este de tip Cramer, deci este compatibil.
Pentru $\Delta = 0$, deci pentru $a = 4$, un minor principal este $\Delta_p = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$, iar sistemul este incompatibil dacă și numai dacă $\Delta_c = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 7 & -1 & b \end{vmatrix} \neq 0$, adică pentru $b \neq 4$.
c) Din $x + z = 2y$ și din prima ecuație rezultă $y = \frac{1}{4}$. Din primele două ecuații deducem $x = \frac{3}{4}$, $z = -\frac{1}{4}$ și din ecuația a treia, singura condiție este $a + 4b = 20$, verificată de o infinitate de perechi $(a, b) \in \{(20 - 4b, b) \mid b \in \mathbb{R}\}$.
2. a) Se verifică prin calcul.
b) Cum $\sin t \in \mathbb{Z}, \cos t \in \mathbb{Z}$ și $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ rezultă că $\sin t = 0$ și $\cos t = \pm 1$ sau $\sin t = \pm 1$ și $\cos t = 0$.
Deci $t = k\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$.
c) Se verifică axiomele grupului. Elementul neutru este $X(0) = I_2$ și pentru $X(t) \in G$, $(X(t))^{-1} = X(-t) \in G$.